

## Bericht zur Herbsttagung des Arbeitskreises Stochastik vom 27.–29. September 2019

KARIN BINDER, REGENSBURG UND SUSANNE SCHNELL, FRANKFURT

---

Die Herbsttagung des Arbeitskreises Stochastik vom 27. bis 29. September fand mit 29 Teilnehmenden im Haus der Kirche in Bad Herrenalb statt. Thematisch lag der Schwerpunkt auf der *Verständnisorientierten Lehrkraftaus- und Weiterbildung in der Stochastik – Brücken zwischen Forschung und Praxis*. Dabei wurden Erfahrungsberichte und Vorschläge zur Umsetzung der universitären Lehre, zu Fortbildungen sowie zum Verhältnis Fach und Didaktik thematisiert. Darüber hinaus wurden Einblicke in empirische Studien und Vorschläge für sinnstiftende stochastische Lernangebote diskutiert. Ein Überblick über die Vorträge findet sich in nebenstehender Tabelle.

Den Eröffnungsvortrag *Aus- und Weiterbildung in der Stochastik – Berichte aus der Praxis* am Freitagabend wurde von Reimund Vehling vom Studienseminar für das Lehramt an Gymnasien in Hannover präsentiert. Rekurrierend auf Wolfgang Riemer wurden Paradigmen dargelegt, die Vehling als Fundament zur Gestaltung von Aus- und Weiterbildungsangeboten zur Stochastik dienen. Zu diesen gehörten unter anderem: Stochastik lebt von Experimenten

und zwar von solchen, die echte Fragen beantworten. Simulationen nehmen eine zentrale Rolle ein, nicht nur für den Begriffsbildungs- und Problemlöseprozess, sondern auch zum Abbau von Unsicherheit im Umgang mit der Stochastik: Zur Überprüfung, ob ein (berechnetes) Ergebnis korrekt sein könnte, kann eine Simulation herangezogen werden. Außerdem sollen in der Ausbildung die Bereiche Wahrscheinlichkeitsrechnung, beschreibende und beurteilende Statistik zusammenwachsen – ein Punkt, der in Schulbüchern weitestgehend wenig Beachtung findet (siehe auch den Vortrag von Udo Kamps).

Anschließend wurden verschiedene Themen und handlungsorientierte Zugänge bzw. Umsetzungen aus den universitären Veranstaltungen und Fortbildungen des Vortragenden exemplarisch vorgestellt. Zentral war dabei die Forderung, derartige „Sternstunden“-Themen präzise und transparent in einem Gesamtcurriculum zu verorten, bei dem der spirale Aufbau über die Schuljahre hinweg sowie die Bezüge zwischen den Themen (zum Zusammenhang, aber auch Unterschied von relativen Häufigkeiten und

Wahrscheinlichkeiten) ersichtlich werden. Unsicherheiten der Lehrkräfte im Umgang mit der Stochastik seien nur mit einer zunehmenden fachlichen Fundierung sowie positiven Erfahrungen und dem Gefühl von „es funktioniert!“ abzubauen – dabei handelt es sich erfahrungsgemäß jedoch um einen längeren Prozess. Die sich an den Vortrag anschließende anregende Diskussion wurde dann in der Bar des Tagungshauses weitergeführt.

Reimund Vehling (Hannover): <i>Aus- und Weiterbildung in der Stochastik – Berichte aus der Praxis</i>
Daniel Frischemeier und Rolf Biehler (Paderborn): <i>Design und Durchführung einer innovativen Lehrveranstaltung zur Stochastik mit digitalen Medien für Grundschullehrerstudierende der Mathematik</i>
Hans-Dieter Sill (Rostock): <i>Zur Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs in der Primarstufe</i>
Lisza Hohloch und Andreas Kirsche (Erfurt): <i>Gewinnchancen vergleichen – Neu gedacht und ausprobiert</i>
Judith Schilling und Norbert Henze (Karlsruhe): <i>Ein faires Glücksrad mit unterschiedlich großen Sektoren? – Ein Unterrichtsentwurf für den Stochastikunterricht</i>
Udo Kamps (Aachen): <i>Lagemaße in beschreibender Statistik und Stochastik</i>
Norbert Henze (Karlsruhe): <i>Das Pólyasche Urnenmodell – Ein Blick über den Tellerrand der Binomialverteilung</i>
Zsuzsanna Jánvári (Budapest): <i>Current state of Hungarian student's statistical literacy at the 12th grad – The result of a pilot research</i>
Peter Fejes Toth (Budapest): <i>Hypothesis testing in secondary school – Experiences of a workshop.</i>
Birgit Griese, Ralf Nieszporek und Rolf Biehler (Paderborn): <i>Designprinzipien für eine Lehrerfortbildung zur Einführung von Hypothesentests über p-Werte</i>
Bernd Neubert (Gießen): <i>Stochastik in der Grundschule im Spannungsfeld zwischen Lehre, Forschung und Schulpraxis</i>

Der Samstagmorgen begann mit einem Vortrag von Daniel Frischemeier und Rolf Biehler aus Paderborn mit dem Titel *Design und Durchführung einer innovativen Lehrveranstaltung zur Stochastik mit digitalen Medien für Grundschullehrerstudierende der Mathematik*. Die Konzeption der Pflichtvorlesung

für Grundschullehrerstudierende basiert auf der Idee, konsequent fachliche und didaktische Inhalte auf Grundlage aktueller Forschungsergebnisse zu verzahnen. Dabei werden an realen Datensätzen selbst Erfahrungen im Umgang mit Daten und deren Auswertung erworben und in Vorlesung und Übung reflektiert, wie im Vortrag exemplarisch veranschaulicht wurde. Ergebnisse der Begleitforschung zur Veranstaltung zeigen neben dem Erwerb fachlicher Kompetenzen unter anderem auch eine positivere Einstellung zur Stochastik nach der Teilnahme.

Der zweite Vortrag am Samstagvormittag beschäftigte sich mit der *Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs in der Primarstufe*. Hans-Dieter Sill aus Rostock vermittelte in seinem Vortrag die Hauptbotschaft, dass sich der Stochastikunterricht der Primarstufe bislang noch auf einer Vorstufe befindet und sein Potenzial noch nicht ausschöpfe. Beispielsweise finde häufig eine exklusive Betrachtung von Glücksspielsituationen statt, obgleich die Verwendung stochastischer Modelle für reale Vorgänge aus Natur, Technologie oder Leben des Menschen bereits Grundschülerinnen und Grundschülern zugänglich gemacht werden könnte. Exemplarisch wurde veranschaulicht, wie das semantische Netz des Wahrscheinlichkeitsbegriffs vom mathematischen Anfangsunterricht bis in die weiterführende Schule tragfähig sukzessive entwickelt werden kann. Unter anderem sei dabei zentral, mit den Lernenden bereits früh Bedingungen zu reflektieren, die potenziell Einfluss auf die Wahrscheinlichkeit haben könnten.

Nach der Kaffeepause berichteten Lisza Hohloch und Andreas Kirsche von der Universität Erfurt über das Masterarbeits-Projekt *Gewinnchancen vergleichen – Neu gedacht und ausprobiert*. Da Chancen ohne den Bruchzahlbegriff auskommen, können beispielsweise 1:2 und 2:4 bereits von Grundschülerinnen und -schülern miteinander verglichen werden. Eine konkrete unterrichtliche Umsetzung des Chancenbegriffs in einer 4. Klasse in Mecklenburg-Vorpommern wurde im Vortrag vorgestellt. Als ikonisches Werkzeug wurde hierbei der Chance-Streifen eingeführt und auch der Zusammenhang zum Wahrscheinlichkeits-Streifen hergestellt.

Anschließend wurde in einem Vortrag von Judith Schilling und Norbert Henze (Karlsruhe) *ein faires Glücksrad mit unterschiedlich großen Sektoren* näher beleuchtet. Die Grundidee des Spiels, welche im Selbstversuch mit GeoGebra von den Teilnehmenden erkundet wurde: Ein Glücksrad wird in so viele Sektoren wie Spielende eingeteilt und jeder Person wird ein Sektor fest zugeordnet. Wird dieser Sektor von

der entsprechenden Person gedreht, hat sie gewonnen und das Spiel ist beendet. Andernfalls ist der nächste Spielende am Zug. Wie groß müssen dann die beiden Gewinnflächen sein, damit für alle Spielenden das Spiel fair ist? Betrachtet man zwei Spielende, so lautet die erstaunliche Lösung: Der goldene Schnitt sorgt für Gerechtigkeit. Das Schöne an der vorgestellten Aufgabe ist neben dem überraschenden Ergebnis, dass die Schülerinnen und Schüler die Regeln sehr schnell erfassen können und sofort damit beginnen, die Lösung herauszufinden. Überdies können Verbindungen zum Goldenen Schnitt, der geometrischen Reihe, der Lösbarkeit von Gleichungen höheren Grades und Markov-Ketten hergestellt werden.

Der erste Nachmittagsvortrag hatte den Titel *Lagemaße in beschreibender Statistik und Stochastik* und wurde von Udo Kamps aus Aachen präsentiert. Kernaussage des Vortrags war, dass in der Ausbildung von Lehramtsstudierenden die Zusammenhänge zwischen den Bereichen der beschreibenden Statistik, der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der schließenden Statistik oft zu kurz kommen. Im Vortrag wurde daher thematisiert, wie die Zusammenhänge von Lagemaßen im Rahmen der beschreibenden Statistik in einer Stichprobe oder bei klassierten Daten, von Erwartungswert und Quantilen in der Wahrscheinlichkeitsrechnung und wieder bei Stichproben in der schließenden Statistik aufgezeigt werden können. Ziel hierbei ist es, dass die Größen nicht mehr „nebeneinander“ stehen, sondern von den Studierenden als „Teil eines Ganzen“ angesehen werden.

Am letzten Vortrag des Tages trug Norbert Henze (Karlsruhe) über das Pólyasche Urnenmodell vor und lieferte damit einen Blick über den Tellerrand der Binomialverteilung. Betrachtet wurde die Ausgangssituation eines Säckchens mit  $r$  roten und  $s$  schwarzen Kugeln. Aus dem Säckchen wird nun zufällig eine Kugel gezogen und anschließend diese Kugel und  $c$  weitere Kugeln der gleichen Farbe wieder in das Säckchen gelegt. Aus der Urne, die nun  $r + s + c$  Kugeln enthält, soll nun wiederum eine Kugel gezogen werden und dieser Vorgang  $n$  mal wiederholt. Nur für den Fall  $c = 0$ , also wenn nur die gezogene Kugel wieder zurückgelegt wird, ergibt sich eine Binomialverteilung. Im Spezialfall  $c = -1$ , wenn also nichts in das Säckchen zurückgelegt wird, ergibt sich hingegen eine hypergeometrische Verteilung. Die klassische Konstellation der Pólya-Verteilung liegt im Fall  $c = 1$  vor. Binomialverteilung und hypergeometrischer Verteilung stellen somit Spezialfälle der Pólya-Verteilung dar, die im Vortrag ausführlich diskutiert wurde.

Nach der Sitzung des AK Stochastik und der anschließenden Mitgliederversammlung des Vereins zur Förderung des Stochastikunterrichts wurde zunächst gemeinsam im Tagungshaus zu Abend gegessen. Anschließend erfolgte ein geselliger Abend mit gemeinsamen Gesang und musikalischer Begleitung von Norbert Henze am Klavier.

Der Sonntagmorgen begann mit dem Vortrag von Zsuzsanna Jánvári mit dem Titel *Current state of Hungarian student's statistical literacy at the 12th grad – the results of a pilot study*. Im Rahmen ihrer Doktorarbeit an der Eötvös Loránd University of Sciences in Budapest untersucht sie, welche Kompetenzen Schülerinnen und Schüler in Stochastik erworben haben, wenn sie die Schule verlassen. Dabei wurde in der Pilotstudie mit 111 Lernenden der Klasse 12 vor allem auch das konzeptuelle Wissen, das kritische Reflektieren und Begründen von Aussagen und Modellen erfasst. Um Bedingungsfaktoren für die Ergebnisse zu identifizieren, wurden darüber hinaus die Einstellungen der Lehrkräfte erhoben. Im Vortrag wurden erste Ergebnisse vorgestellt und Möglichkeiten für die Weiterentwicklung des Forschungsprojektes im Plenum diskutiert.

Im Anschluss präsentierte Peter Fejes Toth von der Szent István University in Ungarn das Thema *Hypothesis testing in secondary school – Experiences of a workshop*. Während in vielen Ländern das Hypothesentesten unterrichtet wird, ist dies in Ungarn nicht der Fall – könnte aber möglicherweise in Kürze eingeführt werden. Aus diesem Grund wurde ein interdisziplinärer Workshop für 15- bis 18-Jährige entwickelt, indem die Einführung von Hypothesentests erprobt wird. Die Schüler warfen hierzu gezinkte und ungezinkte Würfel und erarbeiteten mit diesem Szenario den Chi-Quadrat-Test. Im Vortrag wurde auch über das Schülerfeedback berichtet.

Das Thema des Hypothesentestens wurde auch im Vortrag von Birgit Griese, Ralf Nieszporek und Rolf Biehler (Paderborn) aufgegriffen. In ihrem Vortrag *Designprinzipien für eine Lehrerfortbildung zur Einführung von Hypothesentests über p-Werte* wurde ein kleiner Ausschnitt aus einer vielfach erprobten fünf-tägigen Lehrerfortbildung im Rahmen des DZLM vorgestellt. Wie beispielsweise von der American Statistical Association empfohlen, werden hierbei die p-Werte ins Zentrum der Hypothesentests gestellt. Anhand der Fragestellung eines Geschmackstests (Lisa behauptet: „Ich kann stilles Wasser von Leitungswasser am Geschmack unterscheiden“) werden die Daten von vier verschiedenen Schülerinnen und Schülern vorgestellt und diskutiert (Lisa und drei

Mitschüler), die jeweils 40 mal versucht haben, die beiden Wässer zu unterscheiden. Durch dieses Vorgehen haben die Lehrkräfte in der Fortbildung zunächst die Perspektive von Lernenden. Ein zentrales Element der Fortbildung ist nun ein Plakat, an dem die Lehrkräfte der Fortbildung einschätzen sollen, ob die Schülerinnen und Schüler eher geraten haben oder nicht. Hierbei sollen sie Punkte auf einer Skala von (*absolut sicher, dass die Person rät* bis hin zu *absolut sicher, dass die Person besser ist als der Rater*) ankleben. Die so entstandene Punktwolke wird im weiteren Verlauf der Fortbildung kritisch diskutiert. In der Lehrerfortbildung werden somit authentische Unterrichtssituationen adressiert, Fehlvorstellungen erlebbar gemacht und die Relevanz sprachlich exakter Formulierungen sensibilisiert.

Den abschließenden Vortrag zur Tagung präsentierte Bernd Neubert aus Gießen zum Thema *Stochastik in der Grundschule im Spannungsfeld zwischen Lehre, Forschung und Schulpraxis*. Ausgehend vom persönlichen Bezug und langjährigen Erfahrungsschatz des Referenten zur Stochastik in der Grundschule wurde im ersten Teil des Vortrags ein Einblick gegeben, wie an der Justus-Liebig-Universität Gießen die Stochastik in die Mathematiklehrerbildung der Grundschule integriert ist. Im zweiten Abschnitt wurden ausgewählte Beispiele vorgestellt, bei denen es zum Beispiel im Rahmen von Examensarbeiten unter Betreuung von Bernd Neubert hervorragend gelungen ist, die Brücke zwischen Forschung und Praxis herzustellen. Beispielsweise wurden Unterrichtseinheiten zum enaktiven Erleben des Galtonbrettes in der Grundschule. Eine zentrale Botschaft des Vortragenden war es, Studierenden in der universitären Ausbildung ein positives Bild in der eigenen Auseinandersetzung mit der Stochastik zu vermitteln und sie dann in ihrer Kreativität bezüglich der Entwicklung von Ideen und Materialien für die Grundschulstochastik

nicht zu stark zu beschränken. So seien auch innovative Ansätze wie Überlegungen zum Zusammenspiel von Musik und Kombinatorik möglich.

Insgesamt erfreute sich die Herbsttagung 2019 des AK Stochastik einer regen Beteiligung und intensiven Diskussionen nach den Vorträgen und beim geselligen Zusammensein. In Bezug auf die Frage der verständnisorientierten Aus- und Weiterbildung von Lehrkräften wurden vor allem die Rolle des authentischen Erlebens der Stochastik, die Verwendung reichhaltiger und sinnstiftender Aufgaben sowie die Bedeutung der fachlichen Fundamente betont. Um das Thema vor allem in Hinblick auf konkrete handlungsleitende Vorschläge für die Aus- und Weiterbildung zu vertiefen, soll perspektivisch die nächste Herbsttagung an die hier diskutierten Aspekte anknüpfen.

Mit dem eigens von Norbert Henze umgeschriebenen und musikalisch begleiteten „Goodbye, AK Stochastik“ endete die Herbsttagung 2019. Norbert Henze sei an dieser Stelle für die Mitorganisation der Tagung und vor allem für seine hervorragende musikalische Begleitung während der Tagung herzlichst gedankt.

#### Anschrift der Verfasser

Dr. Karin Binder  
Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik  
Universität Regensburg  
Universitätsstraße 31  
93053 Regensburg  
Karin.Binder@ur.de

Prof. Dr. Susanne Schnell  
Institut für Didaktik der Mathematik  
und der Informatik  
Goethe Universität Frankfurt am Main  
Robert-Mayer-Straße 6–8  
60325 Frankfurt am Main  
schnell@math.uni-frankfurt.de